



海淀区高三年级第二学期期末练习

数 学 (理科)

2018.5

本试卷共4页,150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题纸上,在试卷上作答无效。考试结束后,将答题纸交回。

第一部分 (选择题 共40分)

一、选择题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。

(1) 已知全集 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $A=\{1, 2, 4\}$, $B=\{1, 3, 5\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$

- (A) $\{1\}$ (B) $\{3, 5\}$ (C) $\{1, 6\}$ (D) $\{1, 3, 5, 6\}$

(2) 已知复数 z 在复平面上对应的点为 $(1, -1)$, 则

- (A) $z+1$ 是实数 (B) $z+1$ 是纯虚数 (C) $z+i$ 是实数 (D) $z+i$ 是纯虚数

(3) 已知 $x>y>0$, 则

- (A) $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ (B) $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^y$
(C) $\cos x > \cos y$ (D) $\ln(x+1) > \ln(y+1)$

(4) 若直线 $x+y+a=0$ 是圆 $x^2+y^2-2y=0$ 的一条对称轴, 则 a 的值为

- (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2

(5) 设曲线 C 是双曲线, 则“ C 的方程为 $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ ”是“ C 的渐近线方程为 $y = \pm 2x$ ”的

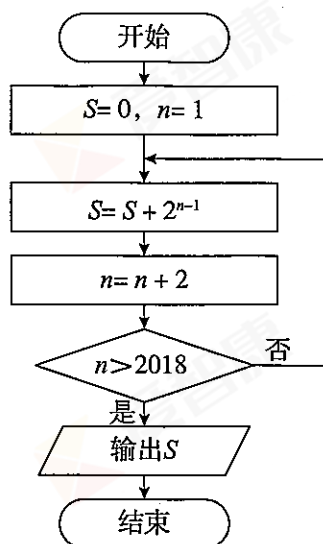
- (A) 充分而不必要条件
(B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件
(D) 既不充分也不必要条件

(6) 关于函数 $f(x) = \sin x - x \cos x$, 下列说法错误的是

- (A) $f(x)$ 是奇函数
(B) 0 不是 $f(x)$ 的极值点
(C) $f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上有且仅有 3 个零点
(D) $f(x)$ 的值域是 \mathbb{R}



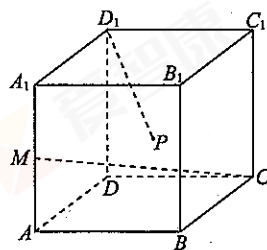
- (7) 已知某算法的程序框图如图所示, 则该算法的功能是
- (A) 求首项为 1, 公比为 2 的等比数列的前 2017 项的和
 (B) 求首项为 1, 公比为 2 的等比数列的前 2018 项的和
 (C) 求首项为 1, 公比为 4 的等比数列的前 1009 项的和
 (D) 求首项为 1, 公比为 4 的等比数列的前 1010 项的和
- (8) 已知集合 $M = \{x \in \mathbb{N}^+ | 1 \leq x \leq 15\}$, 集合 A_1, A_2, A_3 满足
- ① 每个集合都恰有 5 个元素;
 ② $A_1 \cup A_2 \cup A_3 = M$.
- 集合 A_i 中元素的最大值与最小值之和称为集合 A_i 的特征数, 记为 $X_i (i=1, 2, 3)$, 则 $X_1 + X_2 + X_3$ 的值不可能为 ().
- (A) 37 (B) 39
 (C) 48 (D) 57



第二部分 (非选择题, 共110分)

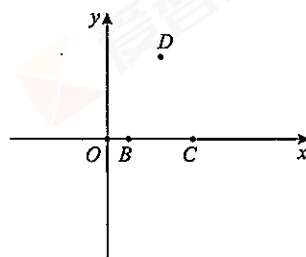
二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分; 共 30 分。

- (9) 极坐标系中, 点 $(2, \frac{\pi}{2})$ 到直线 $\rho \cos \theta = 1$ 的距离为 _____.
- (10) 在 $(x + \frac{2}{x})^5$ 的二项展开式中, x^3 的系数为 _____.
- (11) 已知平面向量 a, b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 且满足 $|a|=2, |b|=1$, 则 $a \cdot b =$ _____, $|a+2b| =$ _____.
- (12) 在 $\triangle ABC$ 中, $a:b:c=4:5:6$, 则 $\tan A =$ _____.
- (13) 能够使得命题“曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{a} = 1 (a \neq 0)$ 上存在四个点 P, Q, R, S 满足四边形 $PQRS$ 是正方形”为真命题的一个实数 a 的值为 _____.
- (14) 如图, 棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M 是棱 AA_1 的中点, 点 P 在侧面 ABB_1A_1 内, 若 D_1P 垂直于 CM , 则 $\triangle PBC$ 的面积的最小值为 _____.



三、解答题共 6 小题, 共 80 分。解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程。

- (15) (本小题 13 分)
- 如图, 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 在一个周期内的图象经过 $B(\frac{\pi}{6}, 0), C(\frac{2\pi}{3}, 0), D(\frac{5\pi}{12}, 2)$ 三点.
- (I) 写出 A, ω, φ 的值;
- (II) 若 $\alpha \in (\frac{5\pi}{12}, \frac{2\pi}{3})$, 且 $f(\alpha) = 1$, 求 $\cos 2\alpha$ 的值.





(16)(本小题 13 分)

某中学为了解高二年级中华优秀传统文化经典阅读的整体情况,从高二年级随机抽取 10 名学生进行了两轮测试,并把两轮测试成绩的平均分作为该名学生的考核成绩.记录的数据如下:

	1 号	2 号	3 号	4 号	5 号	6 号	7 号	8 号	9 号	10 号
第一轮测试成绩	96	89	88	88	92	90	87	90	92	90
第二轮测试成绩	90	90	90	88	88	87	96	92	89	92

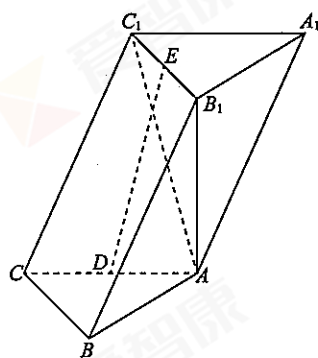
- (I) 从该校高二年级随机选取一名学生,试估计这名学生考核成绩大于等于 90 分的概率;
- (II) 从考核成绩大于等于 90 分的学生中再随机抽取两名同学,求这两名同学两轮测试成绩均大于等于 90 分的概率;
- (III) 记抽取的 10 名学生第一轮测试成绩的平均数和方差分别为 \bar{x}_1 , s_1^2 , 考核成绩的平均数和方差分别为 \bar{x}_2 , s_2^2 , 试比较 \bar{x}_1 与 \bar{x}_2 , s_1^2 与 s_2^2 的大小.(只需写出结论)



(17)(本小题 14 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=BC=AB_1=2$, $AB_1 \perp$ 平面 ABC , $AC_1 \perp AC$, D , E 分别是 AC , B_1C_1 的中点.

- (I) 证明: $AC \perp B_1C_1$;
- (II) 证明: $DE \parallel$ 平面 AA_1B_1B ;
- (III) 求 DE 与平面 BB_1C_1C 所成角的正弦值.





(18)(本小题 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, F 为右焦点, 圆 $O: x^2 + y^2 = 1$, P 为椭圆 C 上一点, 且 P 位于第一象限, 过点 P 作 PT 与圆 O 相切于点 T , 使得点 F, T 在 OP 两侧.

(I) 求椭圆 C 的焦距及离心率;

(II) 求四边形 $OFPT$ 面积的最大值.

(19)(本小题 13 分)

已知函数 $f(x) = e^{ax} - ax - 3 (a \neq 0)$.

(I) 求 $f(x)$ 的极值;

(II) 当 $a > 0$ 时, 设 $g(x) = \frac{1}{a}e^{ax} - \frac{1}{2}ax^2 - 3x$, 求证: 曲线 $y = g(x)$ 存在两条斜率为 -1 且不重合的切线.

(20)(本小题 13 分)

如果数列 $\{a_n\}$ 满足“对任意正整数 $i, j, i \neq j$, 都存在正整数 k , 使得 $a_i = a_j$ ”, 则称数列 $\{a_n\}$ 具有“性质 P”. 已知数列 $\{a_n\}$ 是无穷项的等差数列, 公差为 d .

(I) 若 $a_1 = 2$, 公差 $d = 3$, 判断数列 $\{a_n\}$ 是否具有“性质 P”, 并说明理由;

(II) 若数列 $\{a_n\}$ 具有“性质 P”, 求证: $a_1 \geq 0$ 且 $d \geq 0$;

(III) 若数列 $\{a_n\}$ 具有“性质 P”, 且存在正整数 k , 使得 $a_k = 2018$, 这样的数列 $\{a_n\}$ 共有多少个? 并说明理由.



海淀区高三年级第二学期期末练习参考答案及评分标准

数 学 (理科)

2018.5

一、选择题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项.

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	D	B	A	C	C	A

二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

(9) 1

(10) 10

(11) 1; $2\sqrt{3}$ (12) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ (13) 答案不唯一, $a < 0$ 或 $a > 4$ 的任意实数(14) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

注: 第 11 题第一空 3 分, 第二空 2 分.

三、解答题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

(15) (本小题 13 分)

解: (I) $A=2$, $\omega=2$, $\varphi=-\frac{\pi}{3}$6 分

(II) 由 (I) 得, $f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$.

因为 $f(\alpha)=1$, 所以 $\sin(2\alpha-\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$.

因为 $\alpha \in (\frac{5\pi}{12}, \frac{2\pi}{3})$, 所以 $2\alpha-\frac{\pi}{3} \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$.

所以 $2\alpha-\frac{\pi}{3}=\frac{5}{6}\pi$,

所以 $2\alpha=\frac{7}{6}\pi$,

所以 $\cos 2\alpha=\cos \frac{7}{6}\pi=-\frac{\sqrt{3}}{2}$13 分



16. (本小题共 13 分)

解: (I) 这 10 名学生的考核成绩(单位: 分)分别为:

93, 89.5, 89, 88, 90, 88.5, 91.5, 91, 90.5, 91.

其中大于等于 90 分的有 1 号、5 号、7 号、8 号、9 号、10 号, 共 6 人.

所以样本中学生考核成绩大于等于 90 分的频率为:

$$\frac{6}{10} = 0.6,$$

从该校高二年级随机选取一名学生, 估计这名学生考核成绩大于等于 90 分的概率为 0.6.

.....4 分

(II) 设事件 A: 从上述考核成绩大于等于 90 分的学生中再随机抽取两名同学, 这两名同学两轮测试成绩均大于等于 90 分.

由 (I) 知, 上述考核成绩大于等于 90 分的学生共 6 人, 其中两轮测试成绩均大于等于 90 分的学生有 1 号、8 号、10 号, 共 3 人.

$$\text{所以, } P(A) = \frac{C_3^2}{C_6^2} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}. \text{9 分}$$

(III) $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$, $s_1^2 > s_2^2$13 分

17. (本小题共 14 分)

解: (I) 因为 $AB_1 \perp$ 平面 ABC , $AC \subset$ 平面 ABC ,

所以 $AB_1 \perp AC$.

因为 $AC_1 \perp AC$, $AB_1 \cap AC_1 = A$, $AB_1, AC_1 \subset$ 平面 AB_1C_1 ,

所以 $AC \perp$ 平面 AB_1C_1 .

因为 $B_1C_1 \subset$ 平面 AB_1C_1 ,

所以 $AC \perp B_1C_1$4 分

(II) 取 A_1B_1 的中点 M , 连接 MA 、 ME .

因为 E 、 M 分别是 B_1C_1 、 A_1B_1 的中点,

所以 $ME \parallel A_1C_1$, 且 $ME = \frac{1}{2} A_1C_1$.

在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AD \parallel A_1C_1$, 且 $AD = \frac{1}{2} A_1C_1$,

所以 $ME \parallel AD$, 且 $ME = AD$,

所以四边形 $ADEM$ 是平行四边形,

所以 $DE \parallel AM$.

又 $AM \subset$ 平面 AA_1B_1B , $DE \not\subset$ 平面 AA_1B_1B ,

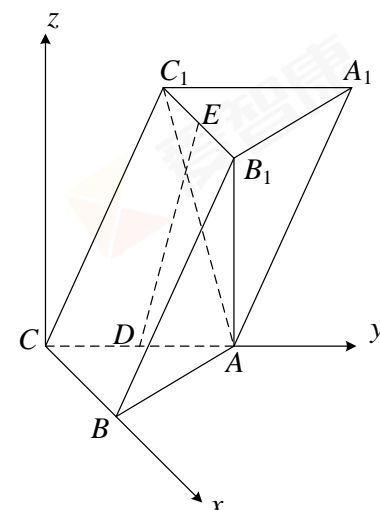
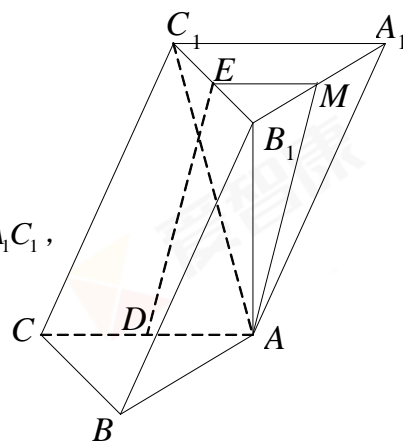
所以 $DE \parallel$ 平面 AA_1BB9 分

(III) 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $BC \parallel B_1C_1$,

因为 $AC \perp B_1C_1$, 所以 $AC \perp BC$.

在平面 ACB_1 内, 过点 C 作 $Cz \parallel AB_1$,

因为, $AB_1 \perp$ 平面 ABC ,





所以, $Cz \perp$ 平面 ABC .

建立空间直角坐标系 $C-xyz$, 如图. 则

$$C(0,0,0), B(2,0,0), B_1(0,2,2), C_1(-2,2,2), D(0,1,0), E(-1,2,2).$$

$$\overrightarrow{DE} = (-1, 1, 2), \overrightarrow{CB} = (2, 0, 0), \overrightarrow{CB_1} = (0, 2, 2).$$

设平面 BB_1C_1C 的法向量为 $\mathbf{n} = (x, y, z)$, 则

$$\begin{cases} \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \\ \mathbf{n} \cdot \overrightarrow{CB_1} = 0 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} 2x = 0 \\ 2y + 2z = 0 \end{cases},$$

得 $x = 0$, 令 $y = 1$, 得 $z = -1$, 故 $\mathbf{n} = (0, 1, -1)$.

设直线 DE 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 θ ,

$$\sin \theta = |\cos \langle \overrightarrow{DE}, \mathbf{n} \rangle| = \frac{|\overrightarrow{DE} \cdot \mathbf{n}|}{|\overrightarrow{DE}| \cdot |\mathbf{n}|} = \frac{\sqrt{3}}{6},$$

所以直线 DE 与平面 BB_1C_1C 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$14 分

18. (本小题共 14 分)

解: (I) 在椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 中, $a = 2, b = 1$,

$$\text{所以 } c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3},$$

故椭圆 C 的焦距为 $2c = 2\sqrt{3}$, 离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$5 分

(II) 法一: 设 $P(x_0, y_0)$ ($x_0 > 0, y_0 > 0$),

$$\text{则 } \frac{x_0^2}{4} + y_0^2 = 1, \text{ 故 } y_0^2 = 1 - \frac{x_0^2}{4}.$$

$$\text{所以 } |TP|^2 = |OP|^2 - |OT|^2 = x_0^2 + y_0^2 - 1 = \frac{3}{4}x_0^2,$$

$$\text{所以 } |TP| = \frac{\sqrt{3}}{2}x_0,$$

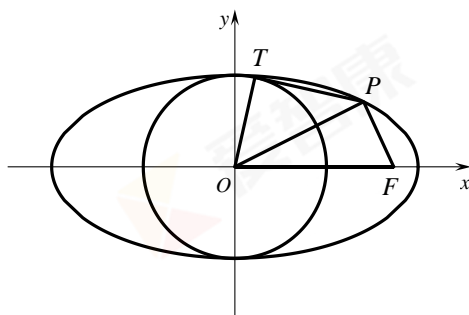
$$S_{\triangle OTP} = \frac{1}{2}|OT| \cdot |TP| = \frac{\sqrt{3}}{4}x_0.$$

$$\text{又 } O(0,0), F(\sqrt{3},0), \text{ 故 } S_{\triangle OFP} = \frac{1}{2}|OF| \cdot y_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}y_0.$$

$$\text{因此 } S_{\text{四边形 } OFPT} = S_{\triangle OFP} + S_{\triangle OTP} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{x_0}{2} + y_0\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{\frac{x_0^2}{4} + x_0 y_0 + y_0^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{1 + x_0 y_0}.$$

$$\text{由 } \frac{x_0^2}{4} + y_0^2 = 1, \text{ 得 } 2\sqrt{\frac{x_0^2}{4} \cdot y_0^2} \leq 1, \text{ 即 } x_0 \cdot y_0 \leq 1,$$





$$\text{所以 } S_{\text{四边形} OFPT} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{1+x_0 y_0} \leq \frac{\sqrt{6}}{2},$$

当且仅当 $\frac{x_0^2}{4} = y_0^2 = \frac{1}{2}$, 即 $x_0 = \sqrt{2}$, $y_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时等号成立.14 分

19. (本小题共 13 分)

解: (I) $f'(x) = a \cdot e^{ax} - a = a \cdot (e^{ax} - 1)$ ($a \neq 0, x \in \mathbf{R}$),

令 $f'(x) = 0$, 得 $x = 0$.

①当 $a > 0$ 时, $f'(x)$ 与 $e^{ax} - 1$ 符号相同,

当 x 变化时, $f'(x)$, $f(x)$ 的变化情况如下表:

x	$(-\infty, 0)$	0	$(0, +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	\searrow	极小	\nearrow

②当 $a < 0$ 时, $f'(x)$ 与 $e^{ax} - 1$ 符号相反,

当 x 变化时, $f'(x)$, $f(x)$ 的变化情况如下表:

x	$(-\infty, 0)$	0	$(0, +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	\searrow	极小	\nearrow

综上, $f(x)$ 在 $x = 0$ 处取得极小值 $f(0) = -2$7 分

(II) $g'(x) = e^{ax} - ax - 3 = f(x)$ ($a > 0, x \in \mathbf{R}$),

故 $g'(x) = -1 \Leftrightarrow f(x) = -1$.

注意到 $f(0) = -2 < -1$, $f(\frac{2}{a}) = e^2 - 5 > -1$, $f(-\frac{2}{a}) = e^{-2} - 1 > -1$,

所以, $\exists x_1 \in (-\frac{2}{a}, 0)$, $x_2 \in (0, \frac{2}{a})$, 使得 $f(x_1) = f(x_2) = -1$.

因此, 曲线 $y = g(x)$ 在点 $P_1(x_1, f(x_1))$, $P_2(x_2, f(x_2))$ 处的切线斜率均为 -1 .

下面, 只需证明曲线 $y = g(x)$ 在点 $P_1(x_1, f(x_1))$, $P_2(x_2, f(x_2))$ 处的切线不重合.

曲线 $y = g(x)$ 在点 $P_i(x_i, f(x_i))$ ($i = 1, 2$) 处的切线方程为 $y - g(x_i) = -(x - x_i)$, 即 $y = -x + g(x_i) + x_i$. 假设曲线 $y = g(x)$ 在点 $P_i(x_i, f(x_i))$ ($i = 1, 2$) 处的切线重合, 则 $g(x_2) + x_2 = g(x_1) + x_1$.

令 $G(x) = g(x) + x$, 则 $G(x_1) = G(x_2)$, 且 $G'(x) = g'(x) + 1 = f(x) + 1$.

由 (I) 知, 当 $x \in (x_1, x_2)$ 时, $f(x) < -1$, 故 $G'(x) < 0$.

所以, $G(x)$ 在区间 $[x_1, x_2]$ 上单调递减, 于是有 $G(x_1) > G(x_2)$, 矛盾!

因此, 曲线 $y = g(x)$ 在点 $P_i(x_i, f(x_i))$ ($i = 1, 2$) 处的切线不重合.13 分



20. (本小题 13 分)

解: (I) 若 $a_1 = 2$, 公差 $d = 3$, 则数列 $\{a_n\}$ 不具有性质 P.

理由如下:

由题知 $a_n = 3n - 1$, 对于 a_1 和 a_2 , 假设存在正整数 k , 使得 $a_k = a_1 a_2$, 则有 $3k - 1 = 2 \times 5 = 10$, 解得 $k = \frac{11}{3}$, 矛盾! 所以对任意的 $k \in \mathbf{N}^*$, $a_k \neq a_1 a_2$3 分

(II) 若数列 $\{a_n\}$ 具有“性质 P”, 则

①假设 $a_1 < 0$, $d \leq 0$, 则对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$, $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d < 0$.

设 $a_k = a_1 \times a_2$, 则 $a_k > 0$, 矛盾!

②假设 $a_1 < 0$, $d > 0$, 则存在正整数 t , 使得

$$a_1 < a_2 < a_3 < \cdots < a_t \leq 0 < a_{t+1} < a_{t+2} < \cdots$$

设 $a_1 \cdot a_{t+1} = a_{k_1}$, $a_1 \cdot a_{t+2} = a_{k_2}$, $a_1 \cdot a_{t+3} = a_{k_3}$, ..., $a_1 \cdot a_{2t+1} = a_{k_{t+1}}$, $k_i \in \mathbf{N}^*$, $i = 1, 2, \dots, t+1$, 则 $0 > a_{k_1} > a_{k_2} > a_{k_3} > \cdots > a_{k_{t+1}}$, 但数列 $\{a_n\}$ 中仅有 t 项小于等于 0, 矛盾!

③假设 $a_1 \geq 0$, $d < 0$, 则存在正整数 t , 使得

$$a_1 > a_2 > a_3 > \cdots > a_t \geq 0 > a_{t+1} > a_{t+2} > \cdots$$

设 $a_{t+1} \cdot a_{t+2} = a_{k_1}$, $a_{t+1} \cdot a_{t+3} = a_{k_2}$, $a_{t+1} \cdot a_{t+4} = a_{k_3}$, ..., $a_{t+1} \cdot a_{2t+2} = a_{k_{t+1}}$, $k_i \in \mathbf{N}^*$, $i = 1, 2, \dots, t+1$, 则 $0 < a_{k_1} < a_{k_2} < a_{k_3} < \cdots < a_{k_{t+1}}$, 但数列 $\{a_n\}$ 中仅有 t 项大于等于 0, 矛盾!

综上, $a_1 \geq 0$, $d \geq 0$8 分

(III) 设公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 具有“性质 P”, 且存在正整数 k , 使得 $a_k = 2018$.

若 $d = 0$, 则 $\{a_n\}$ 为常数数列, 此时 $a_n = 2018$ 恒成立, 故对任意的正整数 k ,

$$a_k = 2018 \neq 2018^2 = a_1 \cdot a_2,$$

这与数列 $\{a_n\}$ 具有“性质 P”矛盾, 故 $d \neq 0$.

设 x 是数列 $\{a_n\}$ 中的任意一项, 则 $x + d$, $x + 2d$ 均是数列 $\{a_n\}$ 中的项, 设

$$a_{k_1} = x(x + d), \quad a_{k_2} = x(x + 2d)$$

则 $a_{k_2} - a_{k_1} = xd = (k_2 - k_1) \cdot d$,

因为 $d \neq 0$, 所以 $x = k_2 - k_1 \in \mathbf{Z}$, 即数列 $\{a_n\}$ 的每一项均是整数.

由 (II) 知, $a_1 \geq 0$, $d \geq 0$, 故数列 $\{a_n\}$ 的每一项均是自然数, 且 d 是正整数.

由题意知, $2018 + d$ 是数列 $\{a_n\}$ 中的项, 故 $2018 \cdot (2018 + d)$ 是数列中的项, 设

$a_m = 2018 \cdot (2018 + d)$, 则

$$a_m - a_k = 2018 \cdot (2018 + d) - 2018 = 2018 \times 2017 + 2018d = (m - k) \cdot d,$$

即 $(m - k - 2018) \cdot d = 2018 \times 2017$.

因为 $m - k - 2018 \in \mathbf{Z}$, $d \in \mathbf{N}^*$, 故 d 是 2018×2017 的约数.

所以, $d = 1, 2, 1009, 2017, 2 \times 1009, 2 \times 2017, 1009 \times 2017, 2 \times 1009 \times 2017$.

当 $d = 1$ 时, $a_1 = 2018 - (k - 1) \geq 0$, 得 $k = 1, 2, \dots, 2018, 2019$, 故

$a_1 = 2018, 2017, \dots, 2, 1, 0$, 共 2019 种可能;

当 $d = 2$ 时, $a_1 = 2018 - 2(k - 1) \geq 0$, 得 $k = 1, 2, \dots, 1008, 1009, 1010$, 故

$a_1 = 2018, 2016, 2014, \dots, 4, 2, 0$, 共 1010 种可能;



当 $d = 1009$ 时, $a_1 = 2018 - 1009 \times (k-1) \geq 0$, 得 $k = 1, 2, 3$, 故

$a_1 = 2018, 1009, 0$, 共 3 种可能;

当 $d = 2017$ 时, $a_1 = 2018 - 2017(k-1) \geq 0$, 得 $k = 1, 2$, 故

$a_1 = 2018, 1$, 共 2 种可能;

当 $d = 2 \times 1009$ 时, $a_1 = 2018 - 2018 \times (k-1) \geq 0$, 得 $k = 1, 2$, 故

$a_1 = 2018, 0$, 共 2 种可能;

当 $d = 2 \times 2017$ 时, $a_1 = 2018 - 2 \times 2017 \times (k-1) \geq 0$, 得 $k = 1$, 故

$a_1 = 2018$, 共 1 种可能;

当 $d = 1009 \times 2017$ 时, $a_1 = 2018 - 1009 \times 2017 \times (k-1) \geq 0$, 得 $k = 1$, 故

$a_1 = 2018$, 共 1 种可能;

当 $d = 2 \times 1009 \times 2017$ 时, $a_1 = 2018 - 2 \times 1009 \times 2017 \times (k-1) \geq 0$, 得 $k = 1$, 故

$a_1 = 2018$, 共 1 种可能.

综上, 满足题意的数列 $\{a_n\}$ 共有 $2019 + 1010 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 3039$ (种).

经检验, 这些数列均符合题意.13 分

